

Análisis matemático del fenómeno económico-social “producción-uso”

a) CRITERIO Y PLANTEAMIENTO DE LA JUSTIFICACIÓN ECONÓMICA: *El planteamiento* integral de la función “producción” como fenómeno económico presenta dificultad si se aspira a formular fielmente, con precisión y generalidad, las innumerables influencias que en él inciden. Ya la sola consideración de *independientes*, para las variables, constituye una dificultad, desde que se advierte la interdependencia de unas sobre otras; por otra parte, es obvio que no podemos interpretar dicha interdependencia con vistas a una disminución del número de estas variables, como analíticamente podría pedirse, pues la naturaleza de ellas es “bivalente”: actúan como *cuasi* independientes y también *fuertemente* dependientes en un mismo fenómeno genérico.

Por ello, es preferible comenzar renunciando a abarcar con toda extensión el fenómeno, y obtener más rigor, el que se logra en la misma medida en que se pueda precisar con acierto:

- α) El campo de validez de las variables (función e independientes);
- β) Determinación de las *abstracciones* que introducen en el planteamiento, y que, por tanto, condicionan también la expresión de la variable función *

* Este criterio no es seguido, muchas veces, por autores que tratan de aplicar la matemática a realidades muy complejas: Nicolás Rashevsky, en el Cap. 1º de su *Advances and Applications of Mathematical Biology*, en que expone el criterio a adoptar para el análisis de algunos fenómenos biológicos, prefiere elegir un fenómeno prototipo, al que aplica el análisis. Tal método, indiscutiblemente, simplifica el desarrollo ulterior, como él mismo señala; pero, indudablemente, se incurrirá así en la desnaturalización de la matemática misma, al limitar el poder de generalización, característico de ella; pues a pesar de todas las excepciones que experimentalmente puedan presentarse, la coincidencia entre resultados reales y formulados, por la manera de conformar el problema, puede constituir solamente curiosidades, a las que también podría lle-

garse inscribiendo y formulando analíticamente las curvas obtenidas en ensayos estadísticos, sin consideración alguna, para esto, de la fenomenología físico-química de su análisis.

(El profesor ruso E. Kolman, en un trabajo acerca del alcance y valor de la cibernética, censura en general la aplicación pseudocientífica de la matemática a la psicología y las ciencias sociales. Y, particularmente en lo que toca a Rashevsky dice: “La escuela norteamericana de N. Rashevsky, que trata de sustituir la biología, la psicología y la sociología por un juego de ecuaciones diferenciales e integrales particularmente arbitrarias, constituye otro ejemplo del mismo género.” Véase la traducción del ruso en el Nº 13, 1958, del Seminario de Problemas Científicos y Filosóficos, Universidad Nacional de México). (N. de la R.).

condiciones que, por otra parte, constituyen el punto de partida clásico para todo planteamiento analítico de cualquier fenómeno.

Una de las formas más modestas y elementales de presentar un aspecto concreto de la función "producción", consiste en expresar la reunión de los valores actuantes en el proceso productivo que se transforman en el valor *producido*.

Aceptando, de hecho, un sistema económico-social establecido cualquiera *, en el que existan materias primas, con precios para ellas, mano de obra y salarios, y medios o elementos de instalación, o el capital equivalente, puede establecerse, aun sin calificar *a priori* el acierto sobre la relación de los precios sobre esos ítem, lo siguiente:

$$(A) \quad r = C(i + a) t_1 + m.o. (1 + \frac{i \cdot t_1}{2}) + \text{mat prim} (1 + it_1)$$

con la notación y considerandos:

- r costo de lo producido.
- C capital de instalación o de primer establecimiento.
- i tipo de interés, al capital.
- a amortización más depreciación del capital y medios de primer establecimiento.
- t₁ tiempo de duración del proceso.
- m. o. costo de la mano de obra en el proceso.
- mat. prim. valor de las materias primas procesadas.

La expresión (A) ha sido establecida, suponiendo que el capital de primer establecimiento y las materias primas, concurren desde el principio del fenómeno y durante todo él; la mano de obra, se ha supuesto, se incorpora proporcionalmente al tiempo de producción. Otra manera de concurrir, puede igualmente formularse.

Lo producido, de costo r, adquiere un *valor de cambio* R. La creación de riqueza ha sido R-r, justificándose, en sentido limitado, toda producción para la cual $R > r$.

b) INFLUENCIA EN LA SOCIEDAD:

La elevación del standard de vida, que la producción anterior "puede" determinar para los individuos del sistema *establecido*, si para él es N

* Por *establecido* se entiende el carácter de todo sistema en evolución no rápida o, con mayor precisión, sin aceleraciones: inflación o deflación, variando *linealmente* con el tiempo. En estos últimos, la ex-

presión formulada para r, debería corregirse, tan sólo, con un factor de proporcionalidad, que no se ha hecho figurar en su expresión.

el número de consumidores o usuarios *, y ϵ el standard de vida medio de los N, será:

$$\Delta\epsilon_{\text{posible}} = \Delta\epsilon_{\text{medio}} = \frac{R-r}{N} **$$

Sin embargo, parte de la riqueza disponible $R-r$ es parcial y momentáneamente congelada por la acción del Fisco a través de los impuestos y gravámenes directos a la producción, distribución y consumo. Si, bajo el punto de vista inmediato del usuario, tales cargas fiscales se consideran gravando a los costos, la riqueza real, gozable por estos consumidores, será solamente:

$$R - k \cdot r$$

en donde $k > 1$; y el incremento del *standard* de vida, al que ella contribuye, es:

$$\Delta\epsilon = \frac{R - k \cdot r}{N}$$

en cuya expresión, se observa la influencia reguladora del Estado en el mejoramiento del *standard* de vida, a través del factor "k" que "balancea" el incremento $\Delta\epsilon$ con las entradas $r(k-1)$, al Fisco, las que pueden servir para aumentos del propio *standard* ("retroalimentación" en el fenómeno producción) en ulteriores aplicaciones útiles, si a ello se destinan.

El mecanismo del *uso* con respecto al $\Delta\epsilon$, del *standard* de vida, para el individuo de la sociedad, puede relacionarse con la ley de Fechner, según la cual, *el incremento de la sensación es proporcional al incremento del logaritmo de la excitación* ***.

La excitación, en nuestro caso, debe tomarse proporcionalmente al bien material, es decir, al valor de uso que generalizando, puede identificarse o confundirse con el valor que representa una riqueza disponible al consumo, esto es, el valor de cambio establecido por la expresión:

$$\frac{R - k r}{N}$$

* N debe ser, en rigor, el número de individuos del sistema, con derechos económicos; lo que sigue da los incrementos "posibles" de alcanzar por estos individuos y, también, los valores *medios*, para estos incrementos, aun para cualquier reparto de la riqueza creada.

** Si $\Delta\epsilon < 0$, se obtiene una regresión económica, en cuyo caso, esta producción no debe intentarse, o suprimirse, si se hallare establecida.

*** La Ley de Fechner y su tratamiento, puede verse, p. ej., en *Cálculo de Probabilidades*, de Otto Knopf.

En atención a ello, la excitación determinada, será:

$$\Delta E = \alpha \cdot \Delta \epsilon = \alpha \cdot \frac{R - k \cdot r}{N}$$

(α , constante de proporcionalidad).

Esta excitación, introducida en la fórmula de Fechner, determina el ΔS en la sensación (incremento de comodidades psicofisiológicas), producido por el incremento de excitación $\alpha \Delta \epsilon$:

$$dS = h \cdot d \text{Log}(\Delta \epsilon)$$

(h , constante de proporcionalidad), que puede ponerse en la forma:

$$dS = h \cdot \frac{d\epsilon}{\epsilon}$$

La sensación S , ha aumentado, pues, por el incremento del *standard* de vida, en ΔS , de expresión:

$$\Delta S = \int_{\epsilon}^{\epsilon + \Delta \epsilon} h \cdot \frac{d\epsilon}{\epsilon} = h \cdot \text{Log} \frac{\epsilon + \Delta \epsilon}{\epsilon}$$

que constituye el llamado "valor moral", por Laplace, para otras aplicaciones*.

* Los ataques que la Ley de Fechner recibió en el ambiente matemático de su época, reproducidos en *Revue Scientifique*, París, 1912, aduciendo la inaplicabilidad de la matemática a magnitudes no medibles, como es la sensación, han recibido amplia contestación en *Vitesse et Univers Relativiste*, de Jean Abelé et Pierre Malvaux, París, 1954. Estos autores precisan la existencia de magnitudes de diferentes categorías:

Cantidades, entre las cuales, inmediatamente, tienen significado la adición y la igualdad.

Magnitudes cualitativas, en las cuales la igualdad y suma puede establecerse en forma mediata.

Magnitudes exclusivamente "apercibibles", exentas de dar sentido a los operadores analíticos antedichos.

Sobre las magnitudes que intervienen en la Ley de Fechner, y sobre esta ley misma, estos autores dicen:

"El hecho psico-físico que la conciencia sensible adquiere de las relaciones [se refiere a las relaciones geométricas entre las "sensaciones"], inexactamente interpretadas como diferencias [alude a la forma vulgar de diferenciar dos sensaciones, que induce a error], concede la gran importancia, al valor de esas dos magnitudes, de ser independientes de la unidad adoptada. Ello nos revela que la forma de aprehensión del conocimiento sensible es *sintético*, y no analítico, ya que es independiente del *modo de descomposición* de las magnitudes físicas aprehendidas, el que queda determinado. El conocimiento sensible obtiene su objetivo, como una *totalidad*."

A fin de obviar la inaplicabilidad de la ley de Fechner para obtener la sensación total, determinada por una riqueza que comienza por el valor cero hasta otro, dado, aprovechando el comportamiento elemental de las variables cuya relación entrambas ha sido confirmada por la experiencia (naturalmente que para variaciones no infinitesimales, sino superiores al umbral de sensibilidad), he buscado una ayuda psicofisiológico-social, que permita, salvar por una parte, y simultanear, por otra, los fenómenos señalados:

Al hombre civilizado medio, con una contribución normal de esfuerzo útil, en un trabajo de horario normal, la organización social del sistema debe permitirle un *standard* de vida que puede definirse como *standard* de vida normal medio, superior al estrictamente necesario para cubrir las necesidades elementales que supone la subsistencia misma (Condiciones de higiene, cultura, esparcimiento, etc.). Si, a este último, precario, se le asigna arbitrariamente el valor *uno*, el valor moral de Laplace, conjunto de sensaciones individuales psicofisiológicas que le corresponde,

El interés de la Ley de Fechner es, pues, el de re-enderizar la interpretación errónea del lenguaje espontáneo. Las falaces diferencias quedan substituidas [por la ley] por auténticas diferencias numéricas, definidas como los logaritmos de relaciones objetivamente medidas. Esta substitución legitima la operación de la suma, exigida por el matemático para toda medición en el sentido estricto de la palabra, ya que a la suma de los logaritmos corresponde el producto de los valores objetivos."

Así, concluyen estos autores, explicando que la Ley de Fechner concilia, precisamente, aquello que al principio parecía contradictorio: la exclusión de la homogeneidad que caracteriza la "cualidad", y la exigencia de la homogeneidad que caracteriza la medición, superando, de esta forma, los escrúpulos originales y estableciendo el tipo de *magnitud cualitativa* que, para nuestro caso, puede ser tratada como magnitud perfectamente medible o mesurable, ya que, si bien no directamente, existe, sin embargo, una función unívoca que establece

una correspondencia mediata entre esta magnitud y la adición numérica. Esta correspondencia es, precisamente, la Ley de Fechner.

Por otra parte, y refiriéndome al carácter infinitesimal que en la Ley de Fechner puede tomar una variación de la sensación, carente de sentido fisiológico, ya que para ellas se presenta un crecimiento discreto, de umbral variable, tiene ello la misma legitimidad que cualquier ecuación diferencial para un fenómeno físico, después de la teoría de los quanta.

Yo sugiero superar escrúpulos meramente formales, si las conclusiones a que puede llegar un cierto camino son útiles; de lo contrario, podría justificarse la sentencia del matemático Miguel Stifel (1486-1567), con que condena a los números negativos de *numeri absurdi*, pues ellos representan, según él, menos que "nada". Vale la pena hacer algunos sacrificios, y hacer todo lo útil que sea posible matemáticamente, aun apartándose de lo que para Aristóteles tenía la matemática de bello: "su nobleza es la de no servir para nada".

tomará el valor base: $S_0 = 0$. A este par de valores base, podrán referirse los dos grupos unívocos y sus variaciones de ϵ y S , correspondientes:

- A $\epsilon_0 = 1$, corresponde $S_0 = 0$, condición límite inferior por definición, para el *standard* y sensación en el individuo, que mantiene estrictamente cubiertas sus necesidades elementales.
- A $\epsilon > 1$, corresponden valores de $S > S_0$, superiores por ello, al mínimo, y exhibibles en un sistema social que pretenda ser sano.
- A $\epsilon < 1$, corresponden valores de $S < S_0$, que disolverán o enviación a sus miembros y por último a la sociedad misma.

A causa de la utilidad y comodidades que reporta al individuo el uso de la cuota de riqueza de que dispone, esto es, la cantidad representativa de su *standard* de vida ϵ , que pasa ulteriormente a $\epsilon + \Delta \epsilon$ por el proceso de producción que se estudia, la sensación inicial S_ϵ pasa a $S_{\epsilon+\Delta\epsilon}$ que se obtiene mediante el siguiente desarrollo:

$$\Delta S_\epsilon = \int^{\epsilon+\Delta\epsilon} h \cdot \frac{d\epsilon}{\epsilon} = h \cdot \text{Log} \frac{\epsilon + \Delta \epsilon}{\epsilon}$$

$$S_\epsilon = S_0 + (S_\epsilon - S_0) = S_0 + \int_{\epsilon_0=1}^{\epsilon} h \cdot \frac{d\epsilon}{\epsilon} = S_0 + h \text{Log} \epsilon$$

$$\begin{aligned} S_{\epsilon+\Delta\epsilon} \quad S_\epsilon + \Delta S_\epsilon &= S_0 + h \cdot \text{Log} \epsilon + h \cdot \text{Log} \frac{\epsilon + \Delta \epsilon}{\epsilon} = \\ &= h \left[\text{Log} \epsilon + \text{Log} \frac{\epsilon + \Delta \epsilon}{\epsilon} \right] \end{aligned}$$

$$S_{\epsilon+\Delta\epsilon} = h \cdot \text{Log} (\epsilon + \Delta \epsilon)$$

$$(\alpha) \quad S_{\epsilon+\Delta\epsilon} = h \cdot \text{Log} \left(\epsilon + \frac{R - k \cdot r}{N} \right)$$

Esta expresión logarítmica denota la influencia exponencial del factor "k" en la sensación y comodidades S. Asimismo, pone de manifiesto el valor relativo que ostenta, respecto del conjunto de comodidades adquiridas S, para distintos *standards* iniciales ϵ de los individuos de la sociedad. Su influencia, será notablemente sensible para valores bajos de ϵ , esto es, los cercanos a la unidad en el sistema-tipo elegido, y serán más

fácilmente aceptables grados altos de "k" si el standard individual es mayor; mayor será la capacidad psicomoral del individuo para soportar una política de fuertes valores de "k", debido a que su influencia en las comodidades S percibidas por él, tiene un comportamiento exponencial.

Así también, la imposibilidad de obtener *consecuencias generales* de costos, producciones y ejercicios económicos de una actividad productiva cualquiera, en estudios directamente comparados en distintos países (sistemas referenciales diferentes); puesto que estos últimos son resultados carentes de objetividad, en razón de que a cada país le asistirán distintos standards instantáneos, por así decirlo, función y referencia de la mecánica económico-social expuesta.

De la última expresión puede obtenerse el valor particular de "k" para las condiciones de *régimen crítico*, esto es, para aquél cuya capitalización $r(k-1)$, que actuará como *feed-back* * en su ulterior aplicación

* La acción de *feed-back* de $r(k-1)$ no se enuncia en el sentido de la definición cibernética, esto es, de *autorregulación de efecto constante*, en la repetición de procesos de producción sucesivos, sino como una pseudo-retroalimentación en estos procesos.

Con propiedad cibernética, $r(k-1)$, riqueza sustraída del efecto R, de ser aplicada a nuevas creaciones de riqueza por procesos análogos, constituye un *factor* y por tanto "k" es un *prefactor*; ambos son de *tendencia* y no de *constancia*, por lo que el proceso definido por las expresiones (A) y (a) no serían *reguladores*, sino *servo-mecanismos* comandados por el factor $r(k-1)$, o mejor, por el prefactor "k".

Para el caso particular: $K_1 = \sum_c k = \sum_c [C(i + a) t_1 + m.o. \frac{i \cdot t_1}{2} + m.p. it_1]$

(en que se cubren los gastos de capital fijo y de explotación), este servo-mecanismo se convierte en regulador y $r(k-1)$, reingresa en el proceso, ahora si cibernéticamente hablando, como *feed-back*, con lo cual el factor $r(k-1)$, el prefactor "k" y el efecto R, son de *tendencia*: la *finalidad* del *efector* es la de mantener estacionario el estado integral económico del sistema C.

Dentro del *cuadro de probabilidad* (se ha tomado la terminología de Pierre de Latil):

$$P < \sum_c k < \sum_c \frac{R}{r} \quad (P = \text{número de}$$

procesos en el sistema), los efectores $\sum_c R$, ε y S, pueden ser *conducidos* a valores preestablecidos por una ley de variación conveniente: esto sería lo que sucedería en un sistema cuya economía, p. ej., no se mantiene estacionaria, sino que "progresa" con un cierto ritmo. Para estas leyes preestablecidas, quedará unívocamente determinado el conjunto de prefactores "k" que la satisfagan.

Este concepto de "progreso" o "evolución", contrario a lo estacionario o *constante*, constituye una característica vivida, que no se logra mediante *feed-backs*, sino por efectores de conducta.

Por ello, tanto en los procesos biológicos como en este económico, el conjunto de fenómenos elementales, no mantiene la pretendida *constancia* como *finalidad*, sino este "desarrollo", "progreso" o "evolución" que le es más característico.

Es precisamente esta fina diferenciación la que puede dar cuenta, entre otras

a la creación de nuevas riquezas, sea tal que, mantenga invariable el standard instantáneo:

$$\Delta S\epsilon = h \cdot \text{Log} \frac{\epsilon + \frac{R - k \cdot r}{N}}{\epsilon} = 0 \quad \text{de donde:}$$

$$\frac{\epsilon + \frac{R - k \cdot r}{N}}{\epsilon} = 1 \quad \boxed{k = \frac{R}{r}}$$

En el campo de variación $1 < k < \frac{R}{r}$ se capitalizan reservas $r(k-1)$ con aumento del standard y conjunto de sensaciones instantáneos, y precisamente en el criterio que fije el valor del factor “k” estriba el “sacrificio” o facilidad con que contribuyen los habitantes de un sistema a la vida colectiva del mismo. El planeamiento fiscal que consulta grandes

cosas, para nuestro proceso económico, p. ej., cuáles deberán ser los tipos “racionales” o “naturales” para el interés y amortización del capital acumulado, necesario a la expresión (A) y armónico con todo el sistema, etc.

Por otra parte, ello exige precisar algo más el clásico concepto de *feed-back* que la cibernética define: el esquema, no es, simplemente, el de una retroalimentación (naturalmente que con ciertas propiedades): el enunciado es muy gráfico, pero desnaturaliza algo el fenómeno en sí. En efecto, la parte alícuota del efector, se dice, “retroalimenta” al proceso; lo que verdaderamente ejecuta es sumarse a los factores de entrada en otro nuevo y “venidero” proceso análogo al anterior, tan próximo a él como se quiera, y así, sucesivamente. La diferencia en esta sutileza consiste en que ahora no “se hace andar” hacia atrás a ninguna cosa para explicar la fenomenología, y verdaderamente, entre todas las coordenadas del proceso, la que tiene *signo* irreversible, es la temporal, la única que por otra parte permitiera, con propiedad, una *retroacción*.

Seguramente, en la explicación de un proceso de *constancia*, finalidad obtenida con los “feed-backs” cibernéticos, es suficiente ocuparse de la variable temporal en lo que ella incide sobre los intervalos, tales como *retraso de regulación*, *histeresis*, *tiempo de acción*, etc., como conceptos e intervalos suficientes, incluso al estudio más profundo en un fenómeno “entretenu”.

El tipo de mecanismo que deba describir los fenómenos “evolutivos”, debe ser un efector de tendencia muy próximo a un regulador de constancia, operado por estos otros “seudo-feed-backs”, que actúan como la acción reiterada de una parte alícuota del efector que, avanzando con signo positivo en la coordenada *tiempo*, repite la fenomenología y un nuevo efector resultante, *algo diferente*, que el del paso anterior: en esta diferencia mide la evolución del sistema. Para nuestro sistema, estos tiempos elementales propios son los tiempos t_i de la ecuación (A). Seguramente, en fenómenos biológicos, corresponda al tiempo propio, el inherente a un cambio cuántico, en su forma más elemental.

realizaciones (alto valor de "k") a base de fuertes inversiones a amortización diferida, así como por otra parte las aplicaciones "no productivas" a estos fondos, determina un alto índice de "sacrificio" de la comunidad. Valores excesivamente bajos de "k" aumentan momentáneamente el standard y los muy bajos, tienden al retardo en la evolución económica, cultural, etc., de tuición fiscal.

Se ha precisado, pues, que es suficiente la fijación del llamado factor "k", para establecer la tonicidad estatal en el orden económico-social, presente y futuro.

Importa resaltar la síntesis lograda por la expresión α) que no es sino el planteamiento matemático-económico-psico-social del fenómeno producción-uso.

Se ha visto que "k" determina y mide el reparto de riqueza creada R-r por un fenómeno productivo, en dos sumandos: R-k . r que usufructúa y funje inmediatamente el conjunto N de usuarios, y otro: r (k-1), de disposición fiscal.

Sin embargo, tal análisis, aplicable a un régimen político-económico estatal, debería todavía discriminar más, para otro régimen capitalista, y para éste, el factor "k" que congela parte de la riqueza no disponible inmediatamente a los usuarios, debe desdoblarse en los dos sub-factores:

$$k = \left(\underset{\text{fiscal}}{k} + \underset{\text{empresario}}{k} \right) - 1$$

con lo cual, el reparto de la riqueza creada es:

DISTRIBUCIÓN PARA UN FENÓMENO PRODUCTIVO.

Riqueza aplicada inmediatamente al conjunto de individuos	R-k . r
Riqueza tomada por el fisco	r(k _r -1)
Riqueza tomada por el empresario	r(k _e -1)
Total riqueza creada por el fenómeno producción:	R-r

Los standards, se modifican ahora:

△ standar-vida para un fenómeno productivo.

Valor medio de la incidencia inmediata al individuo del conj.: $\frac{R - k . r}{N}$

Valor medio de la incidencia ulterior "posible"

$$\frac{r(k_p - 1)}{N}$$

Valor medio de la incidencia para el empresario unitario:

$$\frac{R - k \cdot r}{N} + \frac{r(k_e - 1)}{1}$$

Y para las dos clases de individuos componentes del conjunto y por efecto del fenómeno productivo unitario, las influencias o sensación, sobre ellos, es:

$$S_{\epsilon+\Delta\epsilon}^{\text{conj. individuos}} = h \cdot \text{Log} \left(\epsilon + \frac{R - k r}{N} \right)$$

$$S_{\epsilon+\Delta\epsilon}^{\text{empr.}} = h \cdot \text{Log} \left[\epsilon + \frac{R - k \cdot r}{N} + \frac{r(k_e - 1)}{1} \right]$$

Estas sensaciones, son pues diferentes. La diferencia entrambas es:

$$S^* - S^{\cdot} = h \text{Log} \left[1 + \frac{r(k_e - 1) N}{N\epsilon + R - k \cdot r} \right] \approx h \text{Log} [1 + r(k_e - 1)]^*$$

de cuya expresión, e independientemente de que ella crece con el valor del subfactor k_e , como era de prever, se deduce que también crece ella con el costo de lo producido, r.

* Si ϵ no es muy diferente de la unidad y se toma aprox.: $N\epsilon + R - kr \approx N$.